SESSION 1988

Géométrie Descriptive

(Option T)

Durée : 3 h 30

Sauf pour les notations, les quatre parties du problème sont largement indépendantes.

La partie I sera traitée sur une seule feuille normale

La partie II (épure) sera tracée sur la feuille quadrillée 36 x 44, partie supérieure ; les réponses demandées, à gauche.

La partie III sur une seconde seule feuille normale.

La partie IV (épure) sur la partie inférieure de la même feuille que pour la partie II ; la notice demandée, à gauche.

Il ne sera tenu aucun compte de toute rédaction ou de tout tracé ne recpectant pas ces directives.

Les candidats remettront deux feuilles normales et la feuille d'épure.

Dans l'espace affine euclidien de dimension trois, on donne deux droites M et N non coplanaires, dont on désigne respectivement un vecteur unitaire par $\vec{m}$ et $\vec{n}$. On appelle M_0 (et N_0) les points de M (et N) tels que la droite (M_0N_0) soit la perpendiculaire commune à M et N.

Pour u réel donné, M_u (et N_u) sont les points de M (et N) définis par $\overrightarrow{M_0M_u} = u\,\vec{m}$ (et $\overrightarrow{N_0N_u} = u\,\vec{n}$). D_u désigne la droite (M_uN_u).

I 1° a) Montrer que D_u coupe M et N sous le même angle ; c'est à dire que les angles des droites D_u et M d'une part, D_u et N d'autre part, sont égaux.

b) Lorsque u décrit $\mathbb{R}$, montrer que D_u est parallèle à un plan fixe P que l'on déterminera.

Dans la suite on désigne par S la surface réglée, ensemble des droites D_u.

I_u étant le milieu du segment $[M_uN_u]$: pour t réel donné, on désigne par M(u,t) le point de D_u tel que $\overrightarrow{I_uM(u,t)} = t\,\overrightarrow{I_uM_u}$.

Tournez la page S. V. P.

2° a) Lorsque u décrit $\mathbb{R}$, montrer que les points M(u,t) sont alignés. On appelle cette droite Δ_t. Quelles sont les droites Δ_0, Δ_1 ?

b) Lorsque t décrit $\mathbb{R}$, montrer que la droite Δ_t est parallèle à un plan fixe Q. Montrer que les plans P et Q sont perpendiculaires. Que peut-on dire de l'ensemble des droites Δ_t ? Faire une figure.

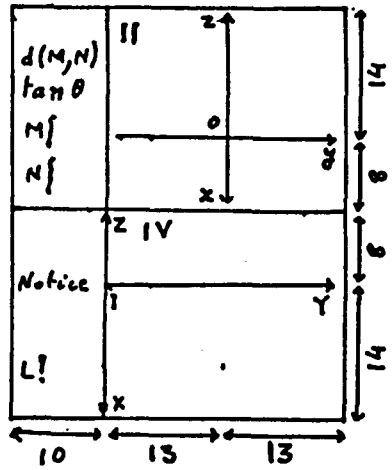
II

Dans le repère 0 x y z indiqué ci-contre,

l'unité étant le centimètre,

la droite M contient les points de coordonnées 6, 8, 0 et 6, 2, 12

la droite N contient les points de coordonnées 6, -8, 0 et -6, 0, 8



Sauf au 3°, tous les tracés, lignes de rappel comprise, seront en rouge fin continu. Ils comporteront les deux projections sur les plans 0 x y et 0 y z.

1° Construire les projections des points M_0, N_0, I_0 définis en I.

Faire apparaître la distance entre les droites M et N.

Indiquer la valeur d(M, N) trouvée pour cette distance.

2° Par I_0, mener les parallèles aux droites M et N.

Faire apparaître la vraie grandeur θ de l'angle de ces deux droites.

Indiquer la valeur trouvée pour tanθ.

Construire les projections des bissectrices de cet angle.

3° Tracer, en trait fin noir, les projections des arêtes du trièdre orthonormé direct I_0XYZ, tel que I_0X et I_0Y soient parallèles aux bissectrices tracées au 2°.

Ecrire, à l'aide des valeurs trouvées en 1° et 2°, les équations des droites M et N dans ce repère.

III On suppose que les droites M et N ont respectivement pour équations, dans un certain repère orthonormé $\begin{cases} Y = \alpha X \\ Z = a \end{cases}$ et $\begin{cases} Y = -\alpha X \\ Z = -a \end{cases}$ α et a réels positifs donnés. On garde les notations I et on oriente $\vec{m}$ et $\vec{n}$ de façon que les points M_1 et N_1 aient une ordonnée positive.

1° a) Donner les coordonées des points M_0, N_0, M_u, N_u : enfin celles du point M (u,t).

b) Montrer que l'application de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^3$: $(r,s) \longrightarrow rs, ar, as$ est une représentation paramétrique de S.
Ecrire une équation cartésienne de S.

2° a) Déterminer les sections planes de S par les plans parallèles à l'un des plans de projections ; par les plans passant par l'un des axes du repère.

b) Reconnaître la surface S.

IV Dans le repère I,XYZ indiqué sur le croquis, l'unité étant le cm, en prenant α = 0,5 et a = 6, on appelle V le solide limité par : le plan Z = 0 et la surface S, les plans X = 0 et $X = \frac{a}{\alpha}$, les plans Y = Z et Y = 3a.

1° Tracer, en trait moyen noir, avec ponctuation, les projections des contours apparents de V.

Tracer, en trait fin noir, avec ponctuation, les projections des sections de V par les plans $Z = \frac{a}{3}$, $\frac{2a}{3}$ et X = a.

Tracer les tangentes aux extrémités des arcs de courbes obtenus.

2° Construire, en trait fin rouge, les traces, sur les deux plans de projections, du plan tangent à S en son point d'abscisse 2a et d'ordonnée $\frac{3a}{2}$

et en son point d'abscisse a et d'ordonnée $\frac{3a}{2}$

(courte notice et remarque éventuelle à gauche de l'épure).

3° Soit L l'intersection de S et du cylindre d'équation $(X - a)^2 + Y^2 = a^2$.

A l'aide de quelques points A_1, tracer les projections de la partie de L appartenant à V et vérifier que l'intersection de chaque droite $(0A_1)$ et du plan Z = a est sur un cercle centré sur IY (*)

Que peut-on en déduire au sujet de L ?

(*) incorrect.

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail